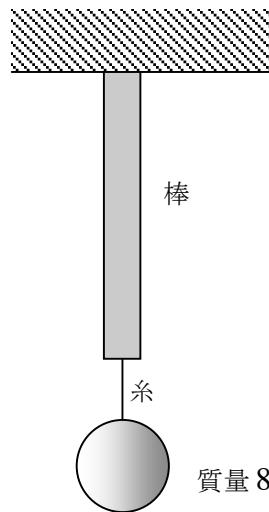
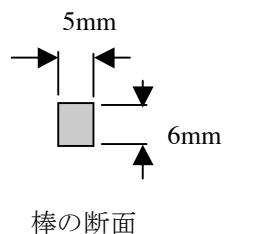


# 基礎材料力学及び演習(昼間コース) 練習問題

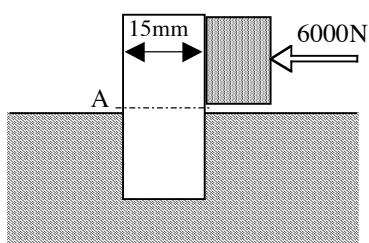
## 「応力」と「ひずみ」の基礎



1. 左の図のように、天井に取り付けられた棒に質量 85kg の重りが吊るされている。棒の内部に発生する垂直応力の値を求めよ。重力加速度は  $9.8\text{m/s}^2$  とする。



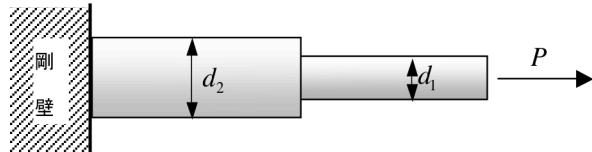
棒の断面



2. 左の図のように、直径 15 mm の円形断面棒が固い土台に埋め込まれている。剛体のブロックを当てて 6000N の力で棒を横方向に押す時、断面 A に発生するせん断応力の値を求めよ。

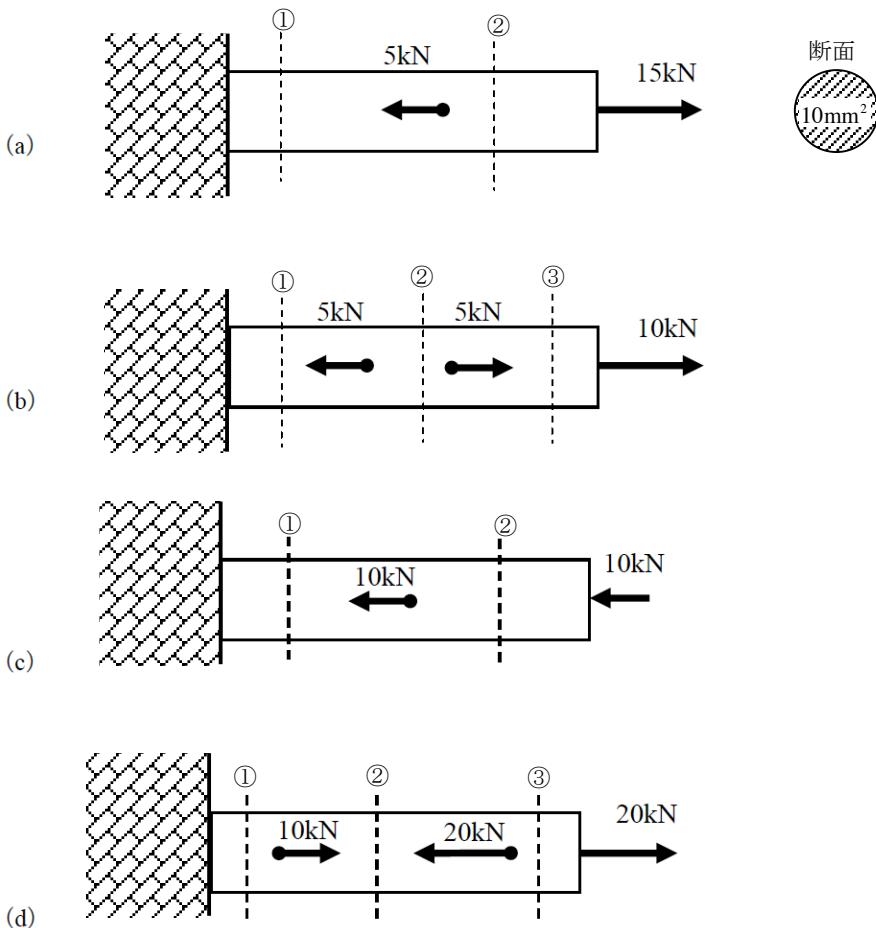
3.

(1) 図のような剛壁に固定された段付き丸棒が引張り荷重 ( $P = 40 \text{ kN}$ ) を受けている。次の問いに答えよ。  
(i) 棒が壁から受ける反力を図示し、その値を求めよ。  
(ii)  $d_1 = 12 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 16 \text{ mm}$  であるとき、太い断面と細い断面内に作用している垂直応力を求めよ。



(2) 下記の(a)から(d)に示す棒は全て左側が剛壁に固定されている。  
(a)～(d)について、以下の問いに答えよ。

- (i) 棒が壁から受ける反力を図示し、その値を求めよ。
- (ii) 破線で示される断面における垂直応力を求めよ。断面積は全て  $10 \text{ mm}^2$  とする。

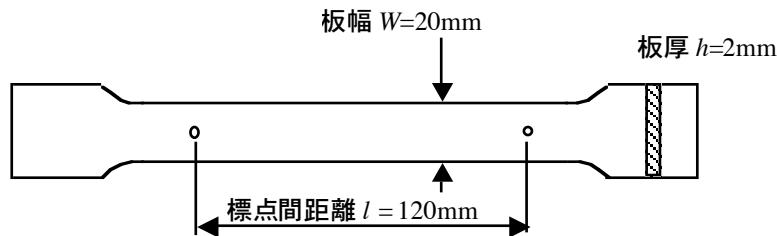


4. 長さが  $l$  の丸棒を引張ったところ、長さが  $200 \text{ mm}$ 、縦ひずみが  $5 \times 10^{-3}$  になった。  
棒の変形前の長さ  $l$  を求めよ。

## Hooke の法則

5. 下図の試験片を用いて引張試験を行った。試験片軸方向に引張荷重  $7 \text{ kN}$  を作用させたところ、標点間距離が  $0.12 \text{ mm}$  増加し、幅が  $0.006\text{mm}$  減少した。以下の問いに答えよ。

- (ア) 引張応力を求めよ。
- (イ) ヤング係数を求めよ。
- (ウ) ポアソン比を求めよ。

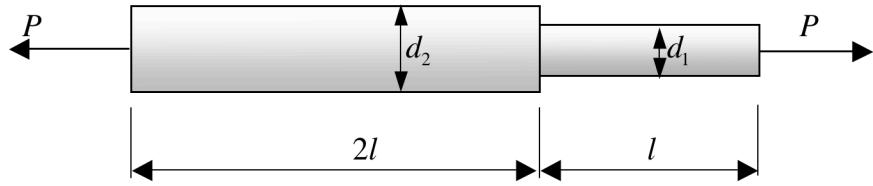


6. 直径  $22 \text{ mm}$  の丸棒に軸方向引張荷重  $P$  を作用させたところ、直径が  $0.003\text{mm}$  減少した。ヤング係数  $E = 70\text{GPa}$ 、ポアソン比  $\nu = 0.3$  であるとして、 $P$  の値を求めよ。

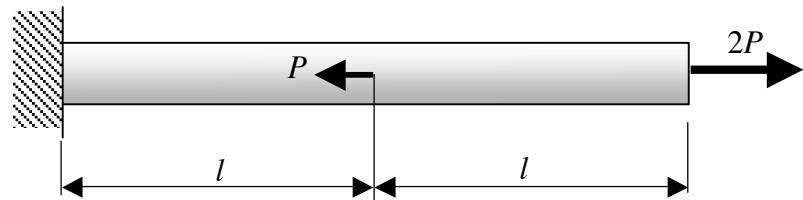
7. ヤング係数  $E$  が  $205\text{GPa}$ 、ポアソン比  $\nu$  が  $0.29$ 、長さ  $l$  が  $50\text{cm}$ 、直径  $d$  が  $15\text{mm}$  である真直棒に、 $23\text{kN}$  の引張荷重が作用した。以下の問いに答えよ。ただし、解答としての数値は3桁まで正確に示すこと。

- (1) 棒に作用する引張応力  $\sigma$  を求めよ。
- (2) 棒の縦ひずみ  $\epsilon$  を求めよ。
- (3) 棒全体の伸び  $\lambda$  を求めよ。
- (4) 棒の横ひずみ  $\epsilon'$  を求めよ。
- (5) 直径の変化量  $\Delta d$  を求めよ。

8. 下図のような引張荷重  $P$  を受ける段付き丸棒がある.  $P = 40 \text{ kN}$ ,  $d_1 = 12 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 16 \text{ mm}$ ,  $l = 50 \text{ mm}$ ,  $E = 200 \text{ GPa}$  であるとき, 丸棒全体の伸び  $\lambda$  を求めよ.  
( $E$  はヤング係数を表すものとする.)

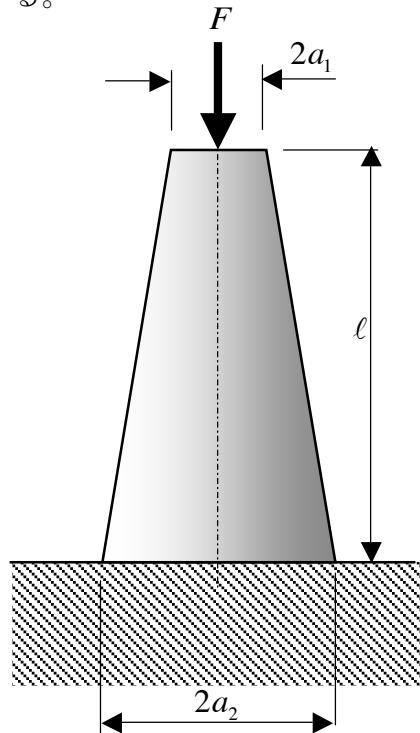


9. 下図のように, 断面積が一定で長さが  $2l$  の棒に軸方向荷重  $P$ ,  $2P$  が矢印の向きに作用している. 棒全体の伸びを求めよ. 但し, ヤング係数を  $E$ , 棒の断面積を  $A$  で表すものとする.

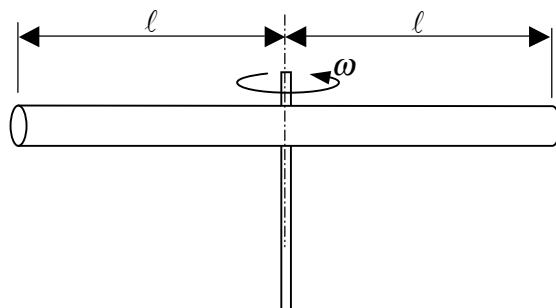


## 棒の引張・圧縮（変断面棒を含む）

10. 下図のような荷重  $F$  を受ける円錐台形状の棒の軸方向の変形量を求めよ。ただし、棒のヤング率を  $E$  とする。

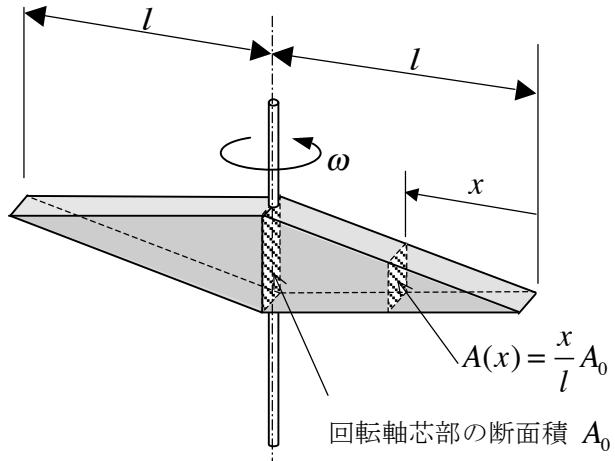


11. 下図のような一様断面の丸棒の中央に回転軸が取り付けられている。この丸棒が角速度  $\omega$  で回転するときの棒全体の伸びを求めよ。材料の密度を  $\rho$ 、ヤング係数を  $E$  とする。



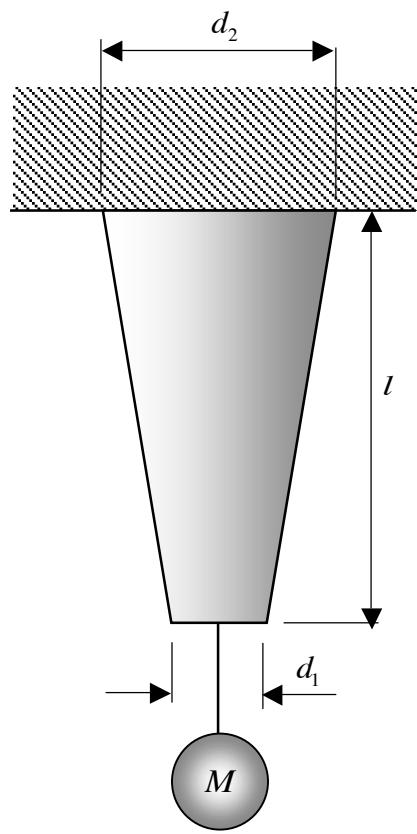
1 2 . 下図のように、同じ大きさの 2 等辺三角形平板を二つ組み合わせた長さ  $2l$  棒の中央に回転軸が取り付けられている。この棒が回転軸の回りに角速度  $\omega$  で回転している。材料の質量密度を  $\rho$ 、ヤング係数を  $E$  とする。以下の問い合わせよ。

- (1) 先端から距離  $x$  の位置の断面に作用する垂直応力  $\sigma(x)$  を求めよ。
- (2) 棒全体の伸びを求めよ。



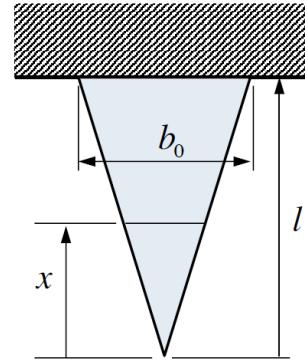
1 3 .

- (1) 下図のように、長さ  $\ell$ 、両端の直径が  $d_1$ 、 $d_2$  のテーパー丸棒を天井に固定する。先端には質量  $M$  の重りが吊るされている。重力加速度を  $g$ 、材料の密度を  $\rho$ 、ヤング係数を  $E$  とする。棒全体の伸びを求めよ。(自重と荷重の両方を考慮する。)



(2) 下図のように、長さ  $l$ , 底辺幅  $b_0$ , 厚さ  $h_0$ , ヤング率  $E$ , 質量密度  $\rho$  の**三角形板**が剛な天井に固定されている。重力加速度を  $g$  として以下の問い合わせよ。

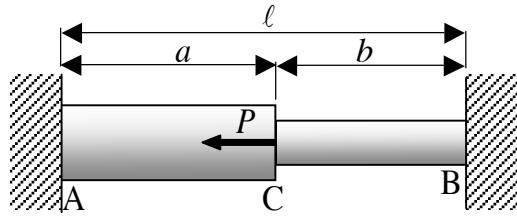
- (a) 板の下端から  $x$  の位置の垂直応力  $\sigma(x)$  を求めよ。
- (b) 三角形板全体の伸び  $\lambda$  を求めよ。



## 棒の引張・圧縮（不静定）

14. 右図のように、変断面棒 ACB を剛壁間に固定して、断面 C に軸力  $P$  を作用させる。棒 AC の断面積を  $A_1$ 、長さを  $a$ 、棒 CB の断面積を  $A_2$ 、長さを  $b$  とする。棒 AC および棒 CB のヤング率はともに  $E$  とする。

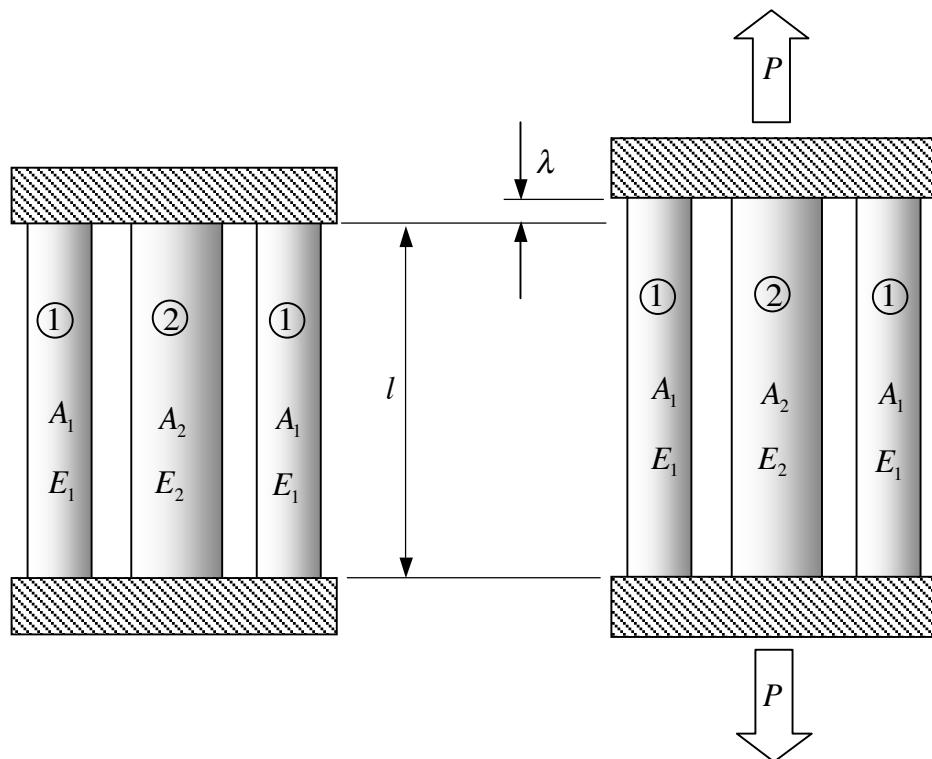
棒 AC、棒 CB に生じる応力、および断面 C の移動量を求めよ。



15-(ア). 断面積  $A_1$ 、ヤング係数  $E_1$ 、長さ  $l$  の棒（棒①と呼ぶ）2本と、断面積  $A_2$ 、ヤング係数  $E_2$ 、長さ  $l$  の棒（棒②と呼ぶ）1本とを、下図のように剛板2枚により挟んで完全に固定した後、引張荷重  $P$  を棒の軸方向に作用させた。以下の問い合わせに答えよ。

(1) 棒①と棒②に生じる垂直応力を求めよ。

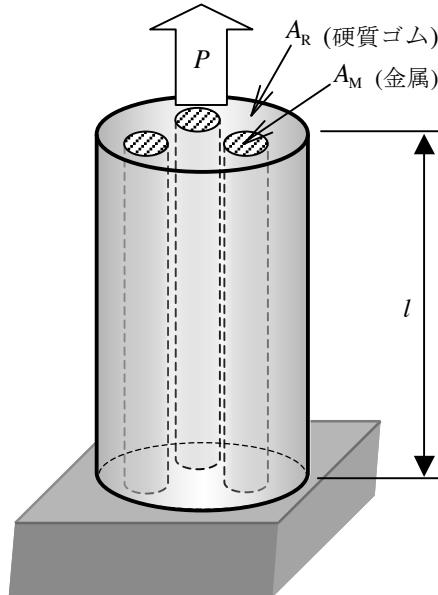
(2) 棒の伸びを求めよ。



15-(イ). 下図のように、硬質ゴムに3本の金属棒を埋め込んだ複合材料がある。硬質ゴム部分の断面積は $A_R$ であり、金属棒1本当たりの断面積は $A_M$ である。また、硬質ゴムと金属棒のヤング係数は、それぞれ $E_R$ ,  $E_M$ である。この複合材料の一方の端部を固定し、他端を荷重 $P$ で引張る。以下の問い合わせに答えよ。ただし、材料の自重は無視するものとする。

(1) 硬質ゴムと金属棒に生じる引張応力をそれぞれ求めよ。

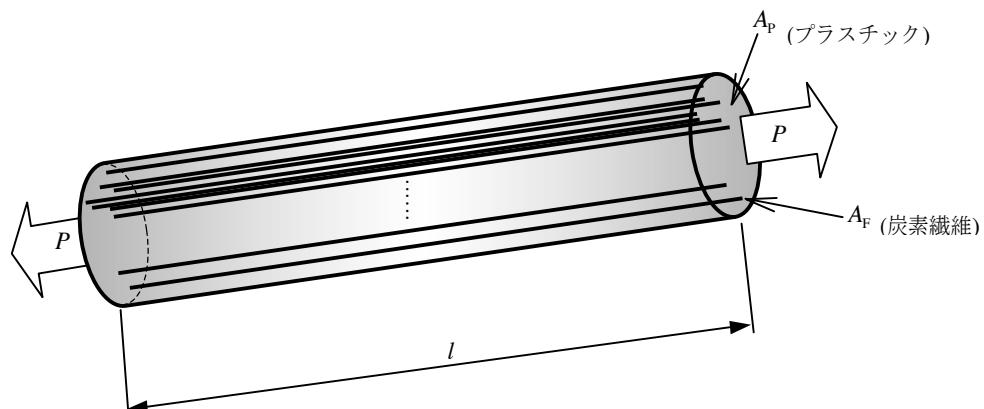
(2) 複合材料棒の長さが $l$ であるとき、棒の伸びを求めよ。



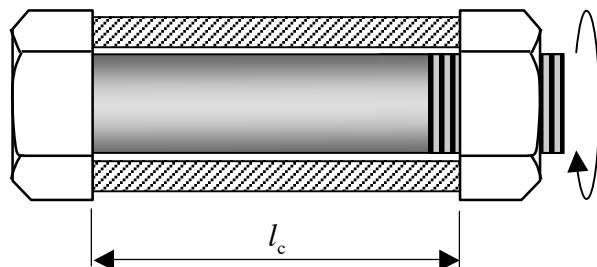
15-(ウ) 下図のように、プラスチックに多数の炭素繊維を平行に配置して埋め込んだ繊維強化プラスチック材料がある。今、顕微鏡で断面を観察し炭素繊維の本数を数えてみたところ、868本であった。プラスチック部分の断面積(炭素繊維部分を除く)を $A_p$ とし、炭素繊維1本当たりの断面積を $A_F$ とする。また、プラスチックと炭素繊維のヤング係数は、それぞれ $E_p$ ,  $E_F$ である。この繊維強化プラスチック材料を荷重 $P$ で引張った。材料の自重は無視するものとして、以下の問い合わせに答えよ。

(1) プラスチックと炭素繊維に生じる引張応力をそれぞれ求めよ。

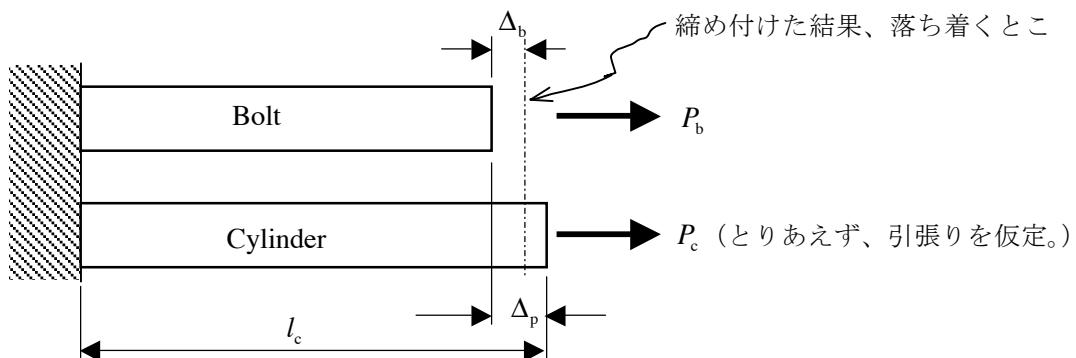
(2) 繊維強化プラスチック棒の長さが $l$ であるとき、棒の伸びを求めよ。



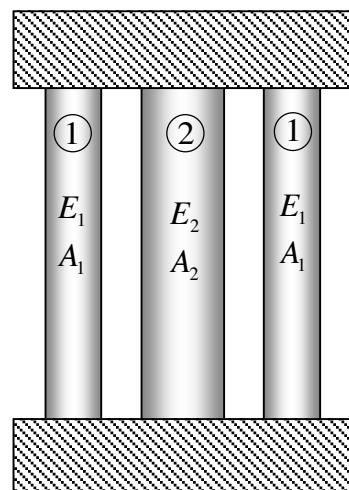
16. 下図のようにヤング率 $E_c$ 、断面積 $A_c$ の円管に、ヤング率 $E_b$ 、断面積 $A_b$ のボルトを通し、あそびの無い状態から 1 回転だけボルトを締めた。円管の初期長さを $l_c$ 、ボルトねじ部のピッチを $\Delta_p$ とするとき、円管とボルトに生じる垂直応力 $\sigma_c$ と $\sigma_b$ を求めよ。



[ヒントの図]



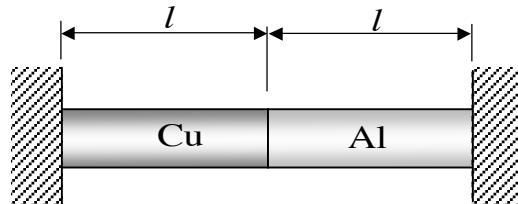
17. 断面積 $A_1$ 、ヤング係数 $E_1$ 、長さ $l$ の棒（棒①と呼ぶ）2本と、断面積 $A_2$ 、ヤング係数 $E_2$ 、長さ $l+\lambda$ の棒（棒②と呼ぶ）1本とを、右図のように剛板2枚により挟んで固定するとき、棒①と棒②に生じる垂直応力を求めよ。ただし、 $\lambda (>0)$ は $l$ に比べて十分に小さいものとし、解答には $l+\lambda \approx l$ という近似を導入してよい（導入しなくても減点対象にはならない）。



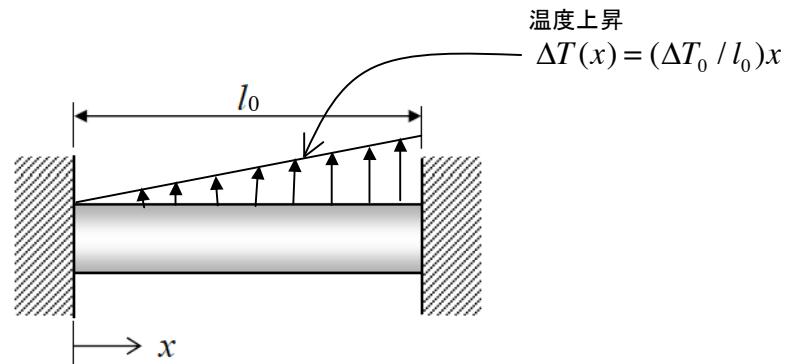
## 熱応力問題

18.

- (ア) 下図のように、同じ長さ  $l$  と断面積  $A$  をもつ銅とアルミニウムの棒を直列につなぎ、両端を固定する。温度が  $\Delta T$  上昇したときの応力を求めよ。ただし、銅のヤング率と線膨張係数を  $E_c$ ,  $\alpha_c$ , アルミニウムのそれらを  $E_a$ ,  $\alpha_a$  とする。



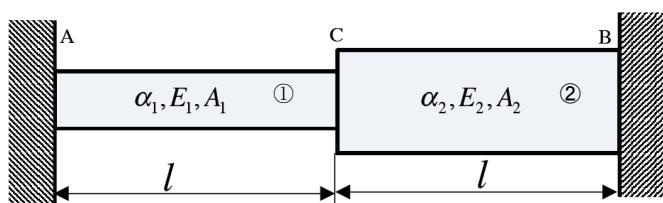
- (イ) 下図のように、室温において長さが  $l_0$  で断面積  $A_0$  の棒が、間隔が  $l_0$  である 2 つの剛体壁の間に拘束されている。今、棒の温度を室温から  $\Delta T(x) = (\Delta T_0 / l_0)x$  となるように変化させる ( $x$  は棒の軸上右向きに、原点は棒の左端に取る)。このとき棒に生じる熱応力を求めよ。ただし、線膨張係数を  $\alpha$ 、ヤング率を  $E$  とする。



(考え方：まず棒を剛体壁から取り出して熱膨張させ、位置  $x$  における微小長さ  $dx$  における熱ひずみと伸びを求める。次に、それを積分して全体の伸びを求める。最後に力を付与して剛体壁間にはめ込むことを考える。)

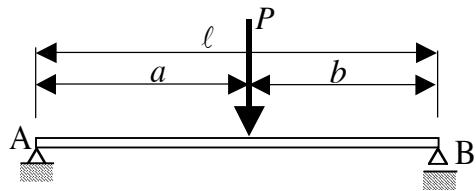
- (ウ) 上記 (イ) において、 $\Delta T(x) = \Delta T_0 \sin(\pi x / l_0)$  の場合の棒の熱応力を求めよ。

- (エ) 図のように断面積  $A_1$ 、ヤング率  $E_1$ 、線膨張係数  $\alpha_1$  の棒①と、断面積  $A_2$ 、ヤング率  $E_2$ 、線膨張係数  $\alpha_2$  の棒②（共に長さは  $l$  とする）を直列に接合し、間隔  $2l$  の剛壁間に固定した。温度を  $\Delta T$  上昇させたとき、棒①と棒②に作用する垂直応力  $\sigma_1$  と  $\sigma_2$  とを求めよ。

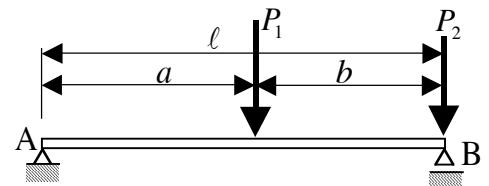


## はり (反力)

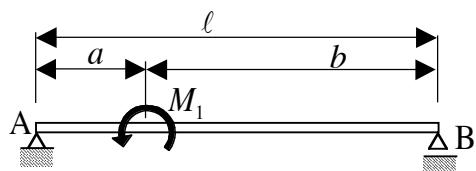
19. 下に示す各はりの支点反力を求めよ.



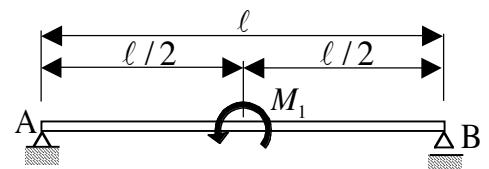
(a)



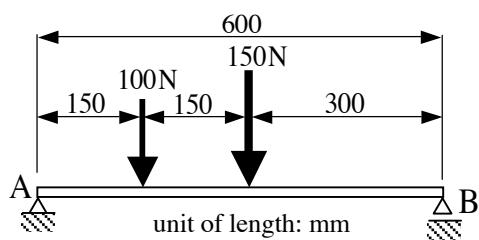
(b)



(c)



(d)

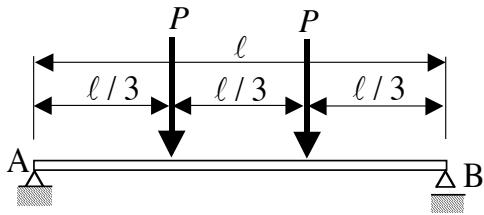


(e)

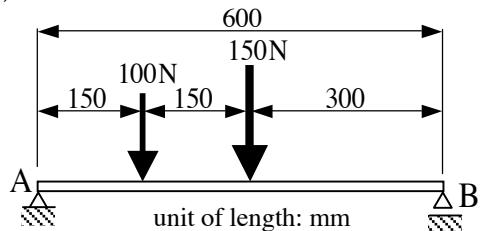
## はり（曲げモーメント，せん断力，集中荷重）

20. 下図に示すはりの支点反力，曲モーメント図(BMD)，せん断力図(SFD)を求めよ。

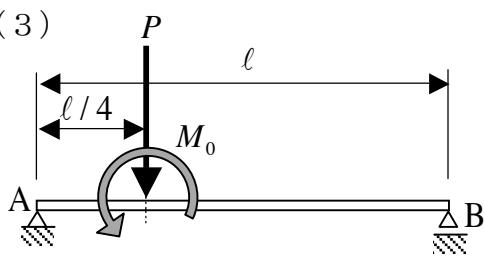
(1)



(2)



(3)

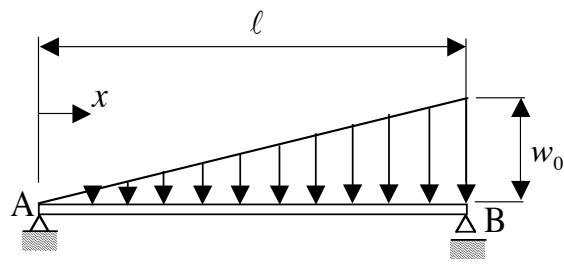


$P\ell/4 > M_0$  とする。

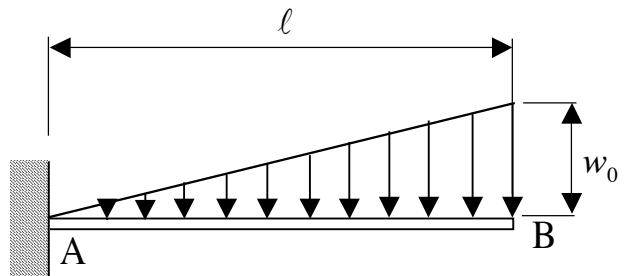
## はり（曲げモーメント，せん断力，分布荷重）

21. 下図に示すはりの支点反力，曲げモーメント図(BMD)，せん断力図(SFD)を求めよ。最大曲げモーメントが生じる位置と最大曲げモーメントの値を図中に明示せよ。

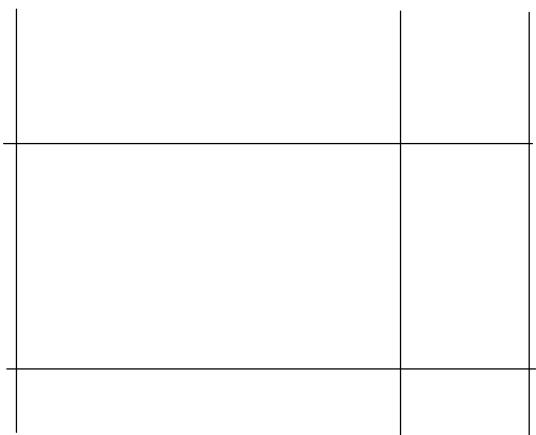
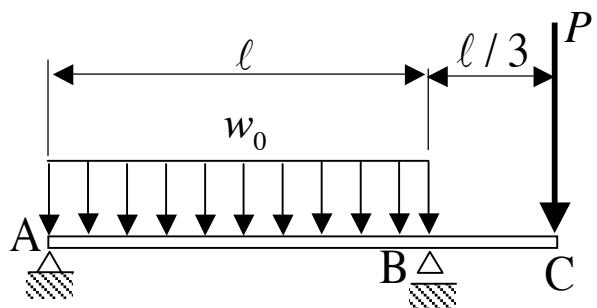
(1)



(2)



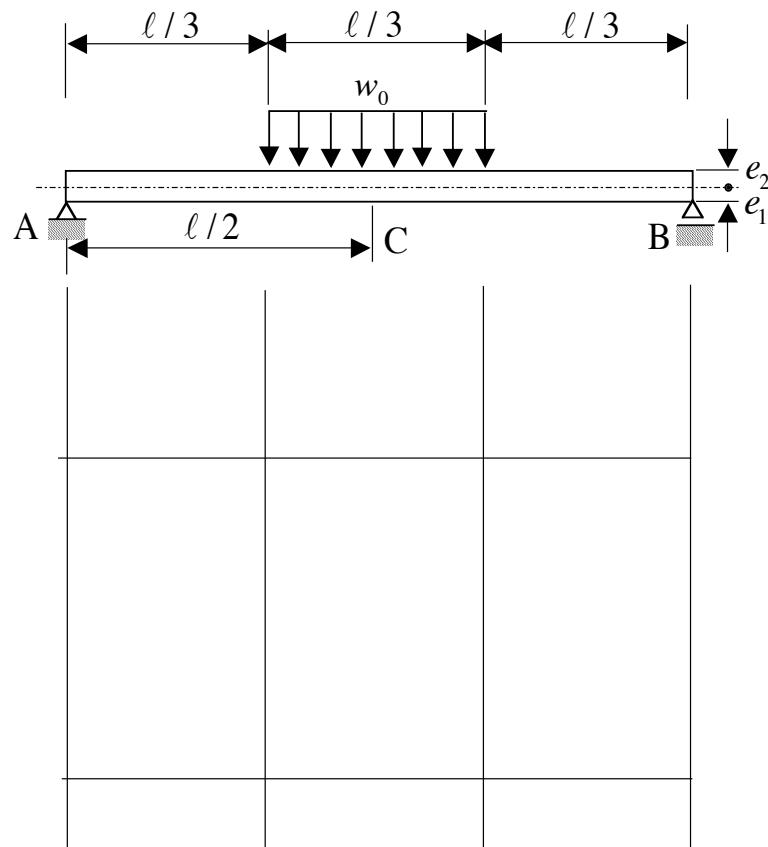
22. 下図に示すはりの支点反力, 曲げモーメント図(BMD), せん断力図(SFD)を求めよ. ただし,  $w_0\ell/2 - P/3 > 0$  する.



## はり（断面モーメントと応力）

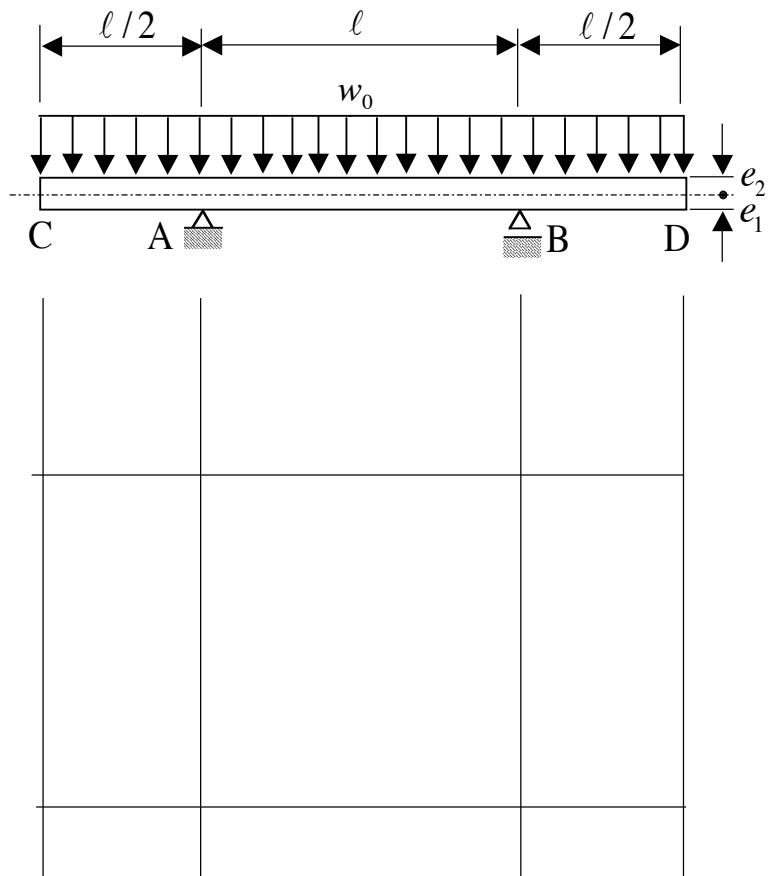
23. 下図に示すはりについて以下の問い合わせよ.

- (1) 支点反力, 曲げモーメント図(BMD), せん断力図(SFD)を求めよ.
- (2) 中立軸回りの断面2次モーメントが $I$ , 中立面から下面, 上面までの距離がそれぞれ $e_1, e_2$ で与えられるものとする. 断面Cにおける, はりの下面と上面の曲げ応力を求めよ.



2 4. 下図に示すはりについて以下の問いに答えよ.

- (1) 支点反力, 曲げモーメント図(BMD), せん断力図(SFD)を求めよ.
- (2) 中立軸回りの断面2次モーメントは $I$ , 中立面から下面, 上面までの距離がそれぞれ $e_1$ ,  $e_2$ で与えられるものとする. 支点Aの直上断面における, はりの下面と上面の曲げ応力を求めよ.



25. 図1に示すはりのCD間に発生する最大応力を、図2に示す4種類の断面形状それぞれの場合について求めよ。

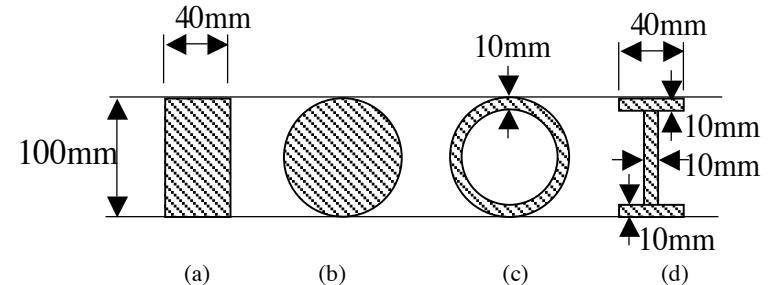
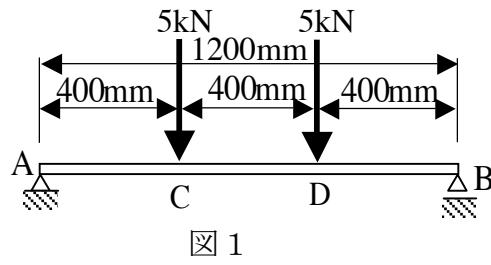


図2

26. 図3に示すような等分布荷重  $w_0$  を受ける片側突き出しありがある。図中に示すように、断面の位置を表すための座標  $x$  は、A点を原点として右向きに設定するものとする。以下の問い合わせに答えよ。

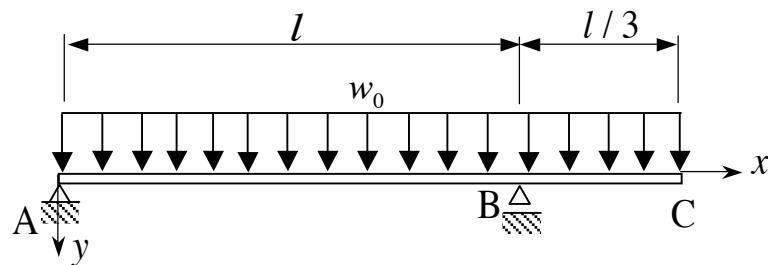


図3 等分布荷重  $w_0$  を受ける片側突き出しあり

- (1) どのような支点反力が作用するか図示し、それらの値を求めよ。
- (2) このはりに作用するせん断力と曲げモーメントについて以下の問い合わせに答えよ。
  - (a)  $x$  の関数としてのせん断力と曲げモーメントの式を求めよ。図3中に示す  $x$  以外の座標を導入してもよいが、その場合には導入座標の設定を明示すること。
  - (b) せん断力図(SFD)と曲げモーメント図(BMD)を描け（主要な値は図中に書き込むこと）。
  - (c) 最大曲げモーメント  $M_{\max}$  の値とそれが発生する位置を示せ。
- (3)  $l = 1000 \text{ mm}$ ,  $w_0 = 5 \text{ N/mm}$  である場合について以下の問い合わせに答えよ。
  - (a) 図4と図5に示される断面の中立軸回りの断面2次モーメントをそれぞれ求めよ。
  - (b) 図3のはりの断面が図4の形状であるとき、はりに作用する最大の曲げ

応力値  $\sigma_{\max}$  を求めよ。また、同じくはりの断面が図 5 の形状であるときの  $\sigma_{\max}$  を求めよ。

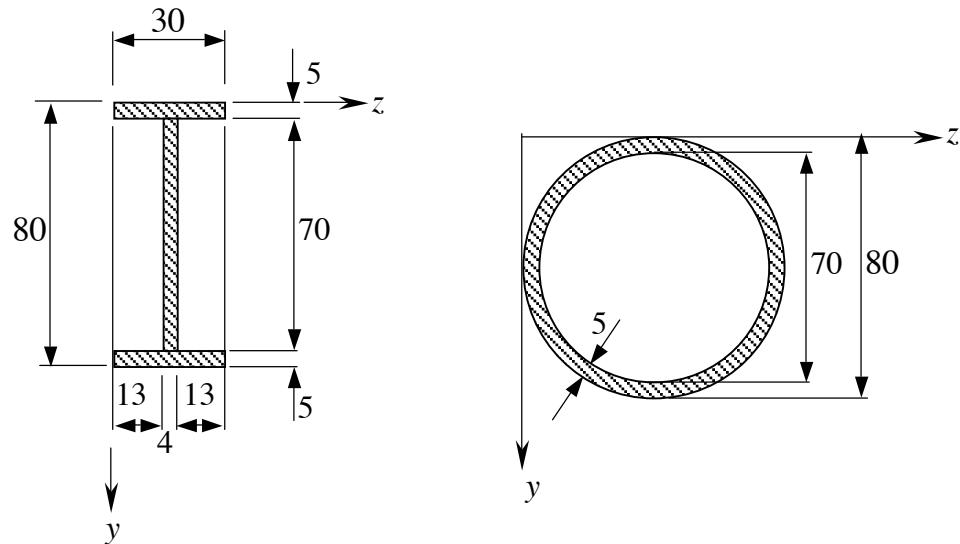


図 4 I 型断面 (寸法単位 mm)

図 5 円管状断面 (寸法単位 mm)

27. 図 6 に示すはりに発生する最大曲げ応力値  $\sigma_{\max}$ 、最大せん断応力値  $\tau_{\max}$ 、及びそれらの発生する位置を求めよ。ただし、はりの断面形状は、図 7 のとおりとする。

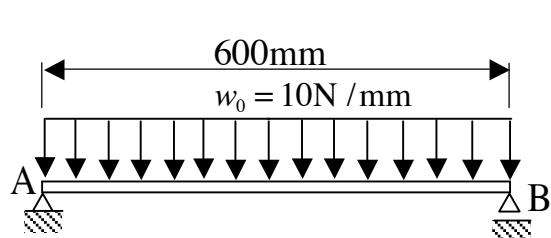


図 6

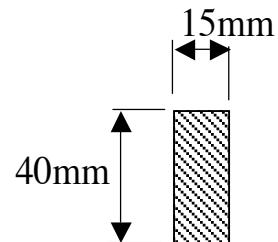


図 7

28. 図8に示す片側突き出しありについて以下の問い合わせに答えよ.

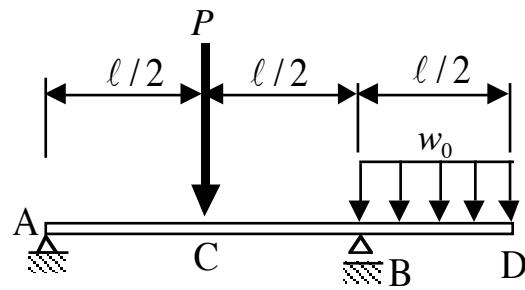


図8 集中荷重  $P$  と等分布荷重  $w_0$  を受ける片側突き出しあり

- (1) 支点反力, せん断力図(SFD), 曲げモーメント図(BMD)を求めよ. ただし,  $P > w_0 \ell / 4$  とする.
- (2)  $\ell = 800\text{mm}$ ,  $P = 10\text{kN}$ ,  $w_0 = 20\text{N/mm}$ , はりの断面寸法が図9(a)に示す長方形断面であるとき, 断面C内に働く最大曲げ応力を求めよ.
- (3)  $\ell$ ,  $P$ ,  $w_0$  の値は(2)と同一とし, はりの断面寸法が図9(b)で与えられる場合について以下の問い合わせに答えよ.
  - (a) 図9(b)に示される断面の図心を通る水平線回りの断面2次モーメントを求めよ.
  - (b) 断面C内に働く最大曲げ応力を求めよ.

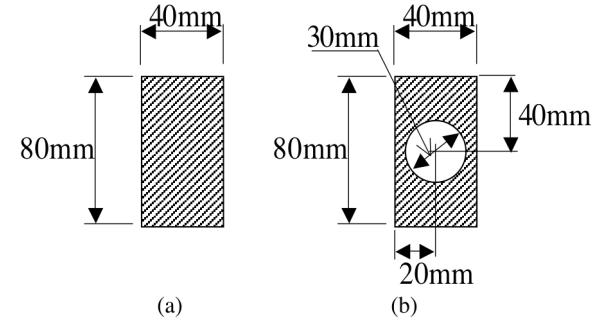


図9 断面形状

29. 図 10 に示すような一部に等分布荷重  $w_0$  を受ける単純はりがある。図中に示すように、断面の位置を表すための座標  $x$  は、A 点を原点として右向きに設定するものとする。以下の問い合わせに答えよ。

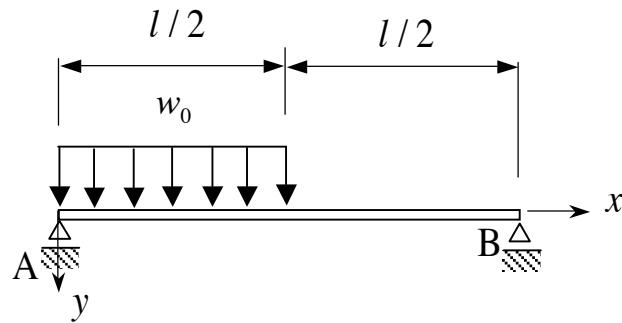


図 10 部分的に等分布荷重  $w_0$  を受ける単純はり

- (1) どのような支点反力が作用するか図示し、それらの値を求めよ。
- (2) このはりに作用するせん断力と曲げモーメントについて以下の問い合わせに答えよ。
  - (a)  $x$  の関数としてのせん断力と曲げモーメントの式を求めよ。
  - (b) せん断力図(SFD)と曲げモーメント図(BMD)を描け（主要な値は図中に書き込むこと）。
  - (c) 曲げモーメントの最大値とそれが発生する位置の  $x$  座標値を示せ。
- (3)  $l = 1000 \text{ mm}$ ,  $w_0 = 5 \text{ N/mm}$  である場合について以下の問い合わせに答えよ。
  - (c) 図 11 と図 12 に示される断面の中立軸回りの断面 2 次モーメントをそれぞれ求めよ。
  - (d) 図 10 のはりの断面が図 11 の形状であるとき、はりに作用する最大の曲げ応力値  $\sigma_{\max}$  を求めよ。また、同じくはりの断面が図 12 の形状であるときの  $\sigma_{\max}$  を求めよ。

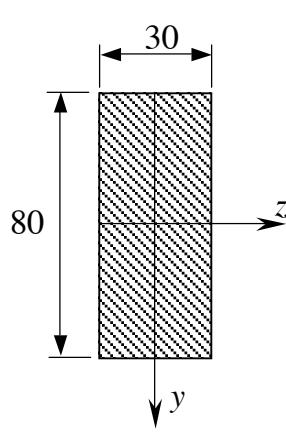


図 11 矩形断面（寸法単位 mm）

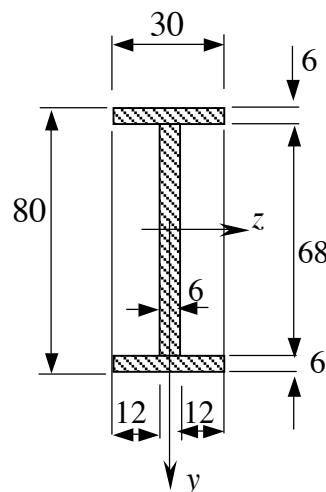


図 12 I 型断面（寸法単位 mm）

30. 図13に示すように、支点Aにおいて値が零、支間中央において値が $w_0$ である線形分布荷重を受ける長さ $l$ の単純はりがある。図中に示すように、断面の位置を表すための座標 $x$ は、点Aを原点として右向きに設定するものとする。以下の問い合わせに答えよ。

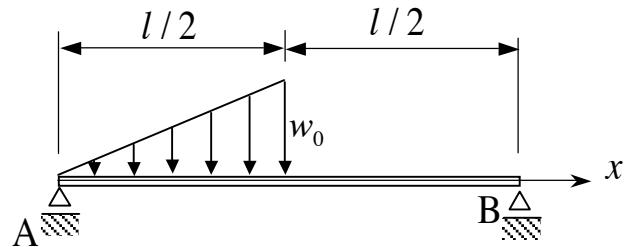


図13 部分的に線形分布荷重を受ける単純はり

(1) 支点反力について以下の問い合わせに答えよ。

- (a) どのような支点反力が生じるか図示せよ。
- (b) 支点反力を求めるための釣り合いの式を示せ。
- (c) 支点反力の値を求めよ。

(2) このはりに作用するせん断力と曲げモーメントについて答えよ。

- (a)  $0 \leq x \leq l/2$  の範囲のせん断力と曲げモーメントの式を $x$ の関数として示せ。
- (b) せん断力図(SFD)と曲げモーメント図(BMD)を描け（主要な値は図中に書き込むこと）。
- (c) 曲げモーメントの最大値とそれが発生する位置の $x$ 座標値を示せ。

3 1. 図 14 に示すような両端部に集中荷重  $P$  を受ける両側突き出し単純支持はりがある。以下の問いに答えよ。

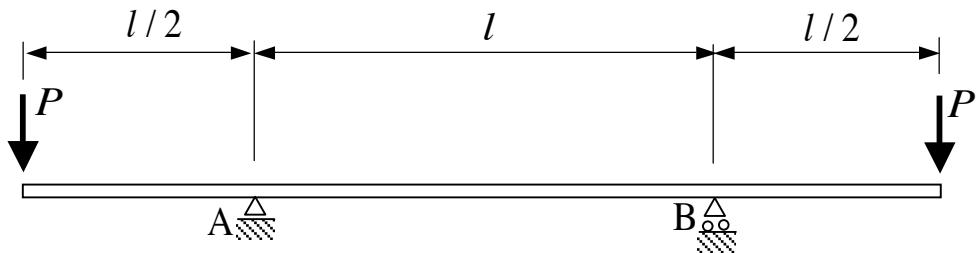


図 14 両端部に集中荷重  $P$  を受ける両側突き出し単純支持はり

- (1) どのような支点反力が作用するか図示し、それらの値を求めよ。
- (2) せん断力図(SFD)と曲げモーメント図(BMD)を描け（主要な値は図に書き込むこと）。
- (3)  $l = 1000 \text{ mm}$ ,  $P = 10 \text{ kN}$  である場合について以下の問いに答えよ。
- (e) 図 15 と図 16 に示される断面の中立軸回りの断面 2 次モーメントをそれぞれ求めよ。
- (f) 図 14 のはりの断面が図 15 の形状であるとき、はりに作用する最大引張曲げ応力値  $\sigma_{\max}$  を求めよ。さらに、はりの断面が図 16 の形状であるときの最大引張曲げ応力値  $\sigma_{\max}$  を求めよ。

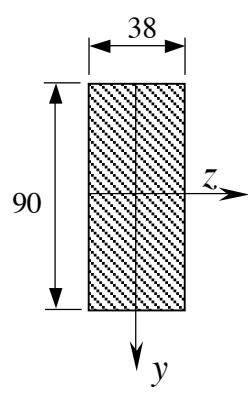


図 15 矩形断面（寸法単位 mm）

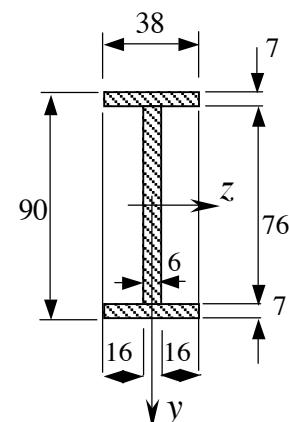


図 16 薄肉 I 型断面（寸法単位 mm）

3 2. 図 17 に示すような端部に集中モーメント  $M_0$  と全長にわたる等分布荷重  $w_0$  を受ける片持ちはりがある。以下の問い合わせに答えよ。

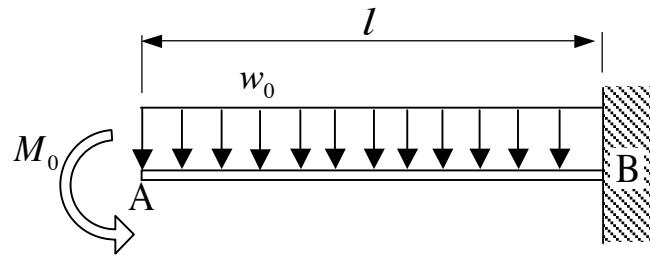
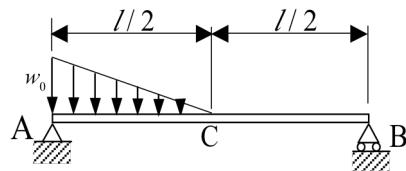


図 17 集中モーメントと等分布荷重を受ける片持ちはり

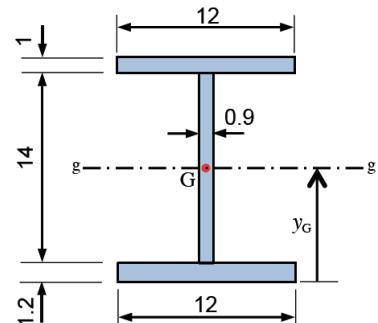
- (1) どのような支点反力が生じるか図示し、それらの値を求めよ。
- (2) せん断力図(SFD)と曲げモーメント図(BMD)を描け（主要な値は図に書き込むこと）。

3 3. 下図に示す支間長が  $l$  で左半分に三角形状の分布荷重（支点 A 上で  $w_0$ ）を受ける単純支持はりがある。以下の問い合わせに答えよ。



- (1) すべての支点反力を図示し、その値を求めよ。
- (2) せん断力図(SFD)と曲げモーメント図(BMD)を描け。主要な値（最大値・最小値及びそれらが発生する位置を含む）は図中に書き込むこと。

3 4. 下図に示す H 型断面部材の断面特性について以下の問い合わせに答えよ。ただし、長さの単位は全て[mm]とする。



- (1) 最下面を基準として縦方向の図心位置  $y_G$  を求めよ。
- (2) 図心軸（図中 g-g）まわりの断面 2 次モーメントを求めよ。

## 安全率と許容応力

3 5. 質量  $1200\text{kg}$  の荷物を鋼製ワイヤー（円形断面）で釣り上げたい。ワイヤーの降伏応力  $\sigma_y$  は  $600\text{MPa}$  であり、これを設計上の基準強さ  $\sigma_R$  に選ぶものとする。安全率  $f$  を  $2.0$  とするとき、以下の問いに答えよ。ただし、重力加速度  $g$  は  $9.81 \text{ m/s}^2$  とする。

- (1) ワイヤーの許容応力  $\sigma_s$  を定めよ。
- (2) ワイヤーの直径寸法を算定せよ。